

Mona

Assistant Professor

Department of Economics

Maharaja College

Veer Kunwar Singh University, Ara

B.A. Economics

B.A. Sem-2

Paper-MJC2

Topic- Functions and their Properties

फलन और उनके गुण

FUNCTIONS AND THEIR PROPERTIES

चर (VARIABLES)

वह राशि या प्रतीक (Symbol) जो एक गणितीय संक्रिया में विभिन्न मान ग्रहण कर सकती है, चर राशि या चर कहलाती है।

उदाहरण के लिए, बाजार में किसी वस्तु की माँग, कीमत आदि। चरों को उनके मानों के आधार पर दो वर्गों में विभाजित किया जाता है-

(i) असतत चर (Discrete Variable), (ii) सतत चर (Continuous Variable)

वह चर जिसके मान अलग-अलग पहचानने योग्य (Distinguishable) हो, असतत चर कहलाता है। दूसरे शब्दों में, जिस चर के मानों को प्राकृतिक संख्याओं के संगत रखा जा सकता है। उसे असतत चर कहा जाता है, जैसे-बिहार राज्य के विभिन्न नगरों में सिनेमा घरों की संख्या।

वह चर जो किसी अन्तराल (Interval) या अन्तरालों (Intervals) में सभी सम्भव मान ग्रहण कर सकता हो, *सतत चर* कहा जाता है, जैसे ऊँचाई, लम्बाई, क्षेत्रफल आदि।

फलन (FUNCTIONS)

यदि दो चर राशियाँ तथा y किसी दिये हुए नियम या संक्रिया (Operation) f से इस प्रकार सम्बद्ध हो कि के प्रत्येक मान के लिए का एक निश्चित मान प्राप्त हो तो y को x का फलन कहते हैं जिसे $y = f(x)$

लिखकर प्रकट किया जाता है। यहाँ x को स्वतन्त्र चर (Independent Variable) तथा y को आश्रित चर (Dependent Variable) कहा जाता है।

उदाहरण के लिए,

$$y = 2x + 3$$

$$y = 3x^2 + 5$$

' $y = f(x)$ 'को x का फलन (y is a function of x) पढ़ा जाता है।

फलन का मान (Value of the Function)

मान लो, $y = f(x)$, चर x का कोई फलन है। फलन का $x = a$ के लिए मान, $f(x)$ में x के स्थान पर a रखने पर प्राप्त होता है जिसे $f(a)$ द्वारा निरूपित करते हैं अर्थात् $f(a)$ को फलन $f(x)$ का मान कहते हैं जबकि $x = a$ है जो $f(x)$ में x के स्थान पर a रखने से प्राप्त होता है।

मान लिया

$$y = f(x) = x^2 + 3x + 2, \text{ तब}$$

$$f(a) = a^2 + 3a + 2$$

$$f(2) = 2^2 + 3 \times 2 + 2 = 12$$

फलन का डोमेन या प्रान्त (Domain) और परास (Range)

$y = f(x)$ जिसका अर्थ है y , x पर निर्भर करता है। इसमें स्वतन्त्र चर x फलन का प्रभाव क्षेत्र या प्रान्त (Domain) को बताता है अर्थात् x के मानों के समूह या समुच्चय (Set) को डोमेन कहा जाता है। आश्रित चर y जिसका x के प्रत्येक मान के संगत एक मान होता है, फलन के परास (Range) को बताता है।

फलन की परिभाषा प्रतिचित्रण के रूप में (DEFINITION OF A FUNCTION AS MAPPING)

मान लो, x समुच्चय X का एक अवयव है तथा y समुच्चय Y का एक अवयव है। मान लिया, f एक नियम या संक्रिया है जो X के प्रत्येक अवयव x को Y के निश्चित अवयव y से जोड़ता है। तब f को ' X का Y पर चित्रण' कहा जाता है। इसे निम्न प्रकार लिखा जाता है-

$f: X \rightarrow Y$ (X , X का फलन है)

फलन $f: X \rightarrow Y$ लिए समुच्चय X फलन f का प्रान्त (Domain) कहा जाता है तथा समुच्चय Y इसका *सह-प्रान्त (Co-domain) कहा जाता है।

अवयव $y \in Y$ अवयव $x \in X$ के संगत है, x का f -प्रतिबिम्ब (f-image) या ' x पर फलन f का मान' कहलाता है जिसे $f(x)$ से लिखा जाता है। इस प्रकार से सभी प्रतिबिम्बों अर्थात् f के सभी मानों के समुच्चय को फलन f का *प्रसार (Range)* कहा जाता है।

संक्षेप में, $y = f(x)$ के लिए

(i) x के मानों का समुच्चय f का 'प्रान्त' कहलाता है।

(ii) y के मानों का समुच्चय f का 'परास' कहलाता है।

उदाहरण

यदि $f(x) = x^2 + 1$ हो तो

$x = 3, 5, -3$ के लिए $f(x)$ का मान बताओ।

If $f(x) = x^2 + 1$ find the value of $f(x)$ for $x = 3, 5, -3$

हल (solution)-

ज्ञात है $f(x) = x^2 + 1$

$x = 3$ रखने पर

$$f(3) = 3^2 + 1 = 9 + 1 = 10,$$

$x = 5$ रखने पर

$$f(5) = 5^2 + 1 = 25 + 1 = 26$$

$x = -3$ रखने पर

$$f(-3) = (-3)^2 + 1 = 9 + 1 = 10$$